

سوالات و پاسخ

مرحله دوم

پنجمین المپیاد

نجوم و اخترفیزیک

É · · zìy » x† ZÁŠ È Y € È Á

:½ Á • ŠMā Y € ~ e

:| Ì È ZÄ mēš e ē z ° Ä d † YÄ ¼ CE, Æ Y Å, y³ Å Y ¼ (Y e I) - ŠÉÁÄ » ¾ M₄ “

. d † Yì Á d Y Z † ½ M « Äµ YR † Á ¾ • ¼ MÓ Y (RY † 1 e

. | Ì ^ È Ä V Y p Ä É ³ { Y Á ZÄ Z Z Y Ä È Ä { Z Y Ä Ä † È Š } ä ³ € È Ä € P

. | Ì ^ È Ä Ä • z CE • Z Z È » Ö p Y Á Ó Y (RY † Ä • Æ Ì Ä » Z Ä Ö P Z Z] a y € È { 3

. | È ZÉ ¼ Á MÄ Ä ce u Ö V Ä M Y • Ä [] È Ä XZ | e • Ä { e, € f † { Y † Ä É Ä » Z Ä • É Z S, € 4 »

. d † Y Z n » z È ^, É Ä » ¾] È É † | Ä Z È » ¼ Ì † ZÄ { Z-5f † Y

. d ^ Ì z Z n » Ä Ä Z] ° € Ä Z-Ä z Ä ZÄ M, È » È Z Ä Ä | n Ä { Z-6f † Y

Ä • Äµ Ä XÄ ¾ Ä • Ä Ä Ä Ä ^ Y ½ M- Ä È † Ä ^ v », z e ¼ † Ä Z • Ä » Ä Y e ¼ Ä f † Ä Y e Ä Ä Z MÄ Ä

. | Ì Ä È Ä v e

. d † Y z Ö ½ Y • Š z M { ¼ † Y † Š È Y É SY € † Š Ä m Ö S Z È ¼ Ä Z Ä E Ö Y Ä È Y j ° e

É · · zìy » x† ZÁŠ È Y € È Á

Ê » Â ÁÊ° Ë ,ð §Y Â i

Downloaded from: www.icosmo.ir

$$6 / 67 \times 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}$$

$$5 / 67 \times 10^{-8} W m^{-2} K^{-4}$$

$$6 / 63 \times 10^{-24} Js$$

$$3 \times 10^8 ms^{-1}$$

$$365 / 26 \text{ days}$$

$$3 / .9 \times 10^{16} m$$

$$1 / 50 \times 10^{11} m$$

$$9 / 46 \times 10^{15} m$$

$$6 / 96 \times 10^8 m$$

$$6 / 38 \times 10^6 m$$

$$7 / 15 \times 10^9 m$$

$$1 / 74 \times 10^6 m$$

$$3 / 84 \times 10^8 m$$

$$1 / 99 \times 10^3 kg$$

$$5 / 97 \times 10^{22} kg$$

$$1 / 90 \times 10^{27} kg$$

$$5777 K$$

$$3 / 85 \times 10^{26} W$$

$$1 / 37 \times 10^3 W m^{-2}$$

$$4 / 72$$

$$-26 / 8$$

$$-13 / 7$$

$$10^1 \text{ years}$$

$$7 \cdot Km s^{-1} Mpc^{-1}$$

$$\text{Š } \zeta \text{ Y } \hat{E} \in \mathbb{Z} / \hat{E} \text{ Z m } G$$

$$3/4 \text{ » } , 1/2 \hat{A} \text{ } \hat{p} \text{ } \hat{H} \text{ } \hat{Z} \text{ } \hat{M} \text{ } \sigma$$

$$\text{® } \zeta \hat{O} \hat{p} \hat{Z} i h$$

$$\bullet \hat{A} \hat{d} \hat{y} \in \hat{t} c$$

$$\hat{E} \text{ » } \hat{A} \text{ } \hat{u} \text{ } \hat{z} \hat{t}$$

$$\text{® } \hat{t} \bullet \hat{Z} \hat{q} c$$

$$\hat{E} \text{ » } \hat{A} \text{ } \hat{u} \text{ } \hat{y} \hat{A} u$$

$$\hat{E} \bullet \hat{A} \hat{z} \hat{t} L y$$

$$| \hat{i} \langle \bullet \hat{A} \hat{y} \langle R_{\ominus}$$

$$3/4 | \bullet \hat{z} \langle R_{\oplus}$$

$$Y \hat{A} \hat{f} \hat{E} \hat{y} \hat{f} \hat{O} \hat{Z} \text{ » } \langle$$

$$\hat{A} \hat{z} \hat{z} \langle$$

$$\hat{A} \hat{z} \text{ » } Y \bullet \hat{z} \langle$$

$$| \hat{i} \langle \bullet \hat{A} \hat{y} \in m M_{\ominus}$$

$$3/4 | \bullet \hat{z} \in m M_{\oplus}$$

$$\hat{E} \in f \hat{O} \hat{E} m$$

$$| \hat{i} \langle \bullet \hat{A} \hat{y} \hat{z} \text{ » } \hat{t}_{\ominus}$$

$$| \hat{i} \langle \bullet \hat{A} \hat{y} \hat{z} | \hat{A} \hat{O} \hat{E} y \hat{z} \{$$

$$\hat{E} | \hat{i} \langle \bullet \hat{A} \hat{y} \hat{z} i$$

$$| \hat{i} \langle \bullet \hat{A} \hat{y} \hat{z} \in \hat{f} \text{ » } \hat{A} \hat{z} \hat{A} \text{ » } \langle$$

$$| \hat{i} \langle \bullet \hat{A} \hat{y} \in \hat{A} \hat{z} \langle m_{\ominus}$$

$$\bullet | \hat{A} \hat{z} \in \hat{A} \hat{z} \langle$$

$$| \hat{i} \langle \bullet \hat{A} \hat{y} \in 1/4 \hat{y}$$

$$\hat{q} \text{ } \hat{z} \hat{A} \hat{z} i H$$

. d ‡ € Ē • Â Ä ½ ¼ ½ ¼ • f z † Å Ē ½ ZYĒ ĩ ZĒ † ¼ ĩ Ĩ ~ † Å Ē ĩ • † 5
A : (1, 1) B : (4, 9) C : (5, 2) D : (7, 6) E : (1, 4)
. | ĩ Ä Ĩ ^ † Z • Y † z • z CEd † Ē — Á z z Z ⊗ Ē Y † Y † Ē Y

É " ì¼ Ä Z/ÄÄ • Z° È ß ° ^ m† ad † È " ì¼ { { È ß • ÁB(° ^ mŠ ÿ Y† È Ä Ä A ° ^ m† Y | » 6
 c • Ä Ä q Y É Ä • {Z(• Y Y € «

$$r = \frac{a(1 - \varepsilon^r)}{1 + \varepsilon \cos \theta}$$

Ä ß q • Y • Á Y ZÄ J Ä ß q • Y • Á Y É Ä J É Á Ä ß • ZÄ J É Ä , • Z, S È " ì¼ € Y Á € y, È " È J • , ß ~ « ì¼ ½ M Ä ; d † Y
 . d † (Y • Y | ß" u) D

Š y € q Ä E m d † {Y Ä ¼ Y • Y } Š y € q Ä È Ä v | y € È q » Á % { Ä • y Ä Ä J | È € È q { È ° Ä É Ä E Ä • ° ^ m
 k Á € y c y Ä • ¾ È {Y d † Y } ZŠ y € q Y Ä d † Y | É € Y É Ä • Ä \$ y € É Ä • Ä d † Y É • Y % » € ß Ä E ¼ Ä Ä
 È ' f ^ J Ä d Ä • È È € q Ä • Z ì • Y | » € • K Á € J Ä ' € S | È Ä | È { È ¼ ì ß S • Y { Ä } € " • Y | » € • Y
 (. d † É Ä È Ä Y € Ä • Y) . J Ä È Ä ^ † Z V | »" u • Y € " ½ M Ä ; d † E È • Ä Ä (J) ½ Z Z Ä È Ä Y •

$$t = \frac{l}{\lambda} (\theta - \varepsilon \sin \theta) \quad , \quad \lambda = \frac{l}{ma^r (1 - \varepsilon^r)^r}$$

. | Ä È Y A • • É € ^ Ä q Ó Z u

γ • • km / h d Y € Z J È • Z ¼ È È Z ì S E Y Z È Ä Ä ~ • { ¼ ì ß • † • É € f » • Z " e { È È Z ¼ ì a Y Ä Ä r
 A • € e Ä , y z Ä B É Ä • Z { f Ä È » .. Z % S Z Ä É Ä • Z Ä È { Y d † Y Y Ä Z e { © € d ¼ Ä ¼ ì ß • † Ä q ^ ^ ÿ
 . | Ä È † Ä € Z Z Ä È Y | q Y Z Ä q d † Y É Ä Z f q ì • € f ¼ ° ½ M Ä d † Y

1. $\epsilon \Delta m \Delta t = \Delta E \times \tau$ (1)
 : $\Delta E = \Delta m \Delta t \times \tau$

$$n = \frac{\Delta E}{\Delta m} \Rightarrow n = \frac{\Delta / \tau}{\Delta m} = \tau / \tau \times 1.12 \text{ j/kg}$$

: $\Delta t = \Delta E / \Delta m$

$$m = m_0 e^{-\lambda t} \quad *$$

. { $\Delta E = \frac{1}{2} m v^2$ } : $\Delta E = \frac{1}{2} m v^2$
 : $\Delta E = \frac{1}{2} m v^2$

$$\lambda = -\frac{\ln \cdot / \Delta}{\tau}$$

: $\Delta t = \Delta E / \Delta m$

$$m = m_0 e^{\frac{\ln \cdot / \Delta}{\tau} t}$$

: $\Delta t = \Delta E / \Delta m$

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{\ln \cdot / \Delta}{\tau} m_0 e^{\frac{\ln \cdot / \Delta}{\tau} t}$$

: $\Delta t = \Delta E / \Delta m$

$$\frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{\Delta E}{\Delta m} \times \frac{\Delta m}{\Delta t}$$

: $\Delta t = \Delta E / \Delta m$

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = n \times \left(\frac{\ln \cdot / \Delta}{\tau} m_0 e^{\frac{\ln \cdot / \Delta}{\tau} t} \right) \times Ra$$

c. $\Delta E = \frac{1}{2} m v^2$: $\Delta E = \frac{1}{2} m v^2$
 (. $\Delta t = \Delta E / \Delta m$)

$$\frac{\Delta E}{\Delta t} = P' \times \left(\frac{1}{d} \right)^r \times \left(\frac{S}{S'} \right) = n \times \left(\frac{\ln \cdot / \Delta}{\tau} m_0 e^{\frac{\ln \cdot / \Delta}{\tau} t} \right) \times Ra$$

: $\Delta t = \Delta E / \Delta m$

$$S = n \times \left(\frac{\ln \cdot / \Delta}{\tau} m_0 e^{\frac{\ln \cdot / \Delta}{\tau} t} \right) \times Ra \times S' \times d^r \times \frac{1}{P'}$$

: $\Delta t = \Delta E / \Delta m$

$$\Delta t = 1358 / 6 / \Delta - 1356 / \Delta / 3.$$

. { $\Delta E = \frac{1}{2} m v^2$ }

$\Delta t = \Delta E / \Delta m$

... | » M | ...
 : ° ì ^ È ...

$$L \propto M, \quad L \propto R^{\gamma}, \quad V^{\gamma} \propto \frac{M}{R}$$

... d † ...

: ° ì ^ È ...

$$\left. \begin{aligned} L &= cte \times M \\ L &= cte \times R^{\gamma} \Rightarrow \sqrt{L} = cte \times R \end{aligned} \right\} \Rightarrow \sqrt{L} = cte \times \frac{M}{R}$$

$$\left. \begin{aligned} V^{\gamma} &= cte \times \frac{M}{R} \Rightarrow \frac{M}{R} = \frac{V^{\gamma}}{cte} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \sqrt{L} = cte \times V^{\gamma} \Rightarrow L = V^{\gamma} \times cte$$

: ° È ...

$$M = -\gamma / \Delta \log L + Const \Rightarrow$$

$$M = -\gamma / \Delta \log (V^{\gamma} \times cte) + Const = -\gamma \cdot \log V + Const$$

: ° È ...

$$\varphi = \int \vec{B} \times d\vec{A}$$

...
 : ° ì ^ È ...

$$\varphi = \gamma \pi r^{\gamma} B \Rightarrow B \times r^{\gamma} = B_{\circ} \times r_{\circ}^{\gamma} \Rightarrow B = B_{\circ} \times \left(\frac{r_{\circ}}{r} \right)^{\gamma}$$

([

$$B = B_{\circ} \times \left(\frac{r_{\circ}}{r} \right)^{\gamma} = B_{\circ} \times \left(\frac{r_{Sun}}{r_{White\ dwarf}} \right)^{\gamma} = B_{\circ} \times \left(\frac{r_{Sun}}{r_{Earth}} \right)^{\gamma} = \gamma / \gamma T$$

4

$$\Delta t = \gamma l \left(\frac{1}{\frac{c}{n} - v} - \frac{1}{\frac{c}{n} + v} \right) = \frac{\gamma l n^{\gamma} v}{c^{\gamma}} \left\{ \Rightarrow \Delta x = \frac{\gamma l n^{\gamma} v}{c} \right\} \Rightarrow N = \frac{\gamma l n^{\gamma} v}{c \lambda}$$

...
 ...

È ...

: d ± € Ê • Â Ä Ê — Á Æ z Ê Ä · ð Ê , ð • Â Ä ò Ì Ê Þ { 5

$$ax^2 + by^2 + cxy + dx + ey + f = 0$$

. d ± ¥ Z q Ì € ' Ê Ä · { ð Ê Ä Ñ Z ' ¼ ð Ñ Ñ É Y €] Ê € • ¥ Ê • Y Ê [— Á Æ z » Ê Ä € z « ¥ Z Ä · ¥ 5 € c Z • f z »

. ò Ì Ê Ä Ñ { Z ; d ± ¥ Ê • Â Ä Ñ B Á A É Ä ~ Á ð Y | ; É Ä 3 { Z Y Þ Ì Ä ¥ ¼ • Ê Y

$$3y - x - 23 = 0$$

: | » | Ä Y Ä ð |] Ê € Ê { Ä Z » ¼ ð Y | Þ u Z]

$$a = 5, b = 3, c = 6, d = -1, e = -23, f = 0$$

¶ | Ê Z ¼ É Y · €] Ä z € , ð Y Ê — Á Æ z » Ê Ä ð Ê Z ð Y · Ä ð M | Y Ä ~ 5 · ¼ Ê Ñ | ; Ê Ä 3 » { Ä ð z u É Ä ~] · Y Ä , ~ ¼ Y ¼ Ä (Y | , ð Ê Z Ê] — Á Æ z Ê Ä · ð Ê , Á ¥ • Z d » Ä Ä ð Ä · { Ä ò ð Ä ¼ Y É Ä { Ä Y Ê Ä v Ä »

: | » | Ä Y Ä ð |] Ê

$$\tan \theta = \frac{c}{a-b} = \frac{6}{5-3} \Rightarrow \theta = 71.5^\circ$$

: | Ê M ð |] Ê Þ Ê | Þ Ê € » Ä { Z Z Ä ð ¼ Z Y Ê Ä { { Z »

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$$

: ò Ê • Y Ê € ¼ ð Y Z]

$$x = x' \cos \theta - y' \sin \theta$$

$$y = x' \sin \theta + y' \cos \theta$$

: d < Y ò Ì Ä Y Ä ð Y Z ð Y Ä É • Y ~ Z Z m

$$\frac{(x' - 1/33)^2}{25/46} + \frac{(y' + 6/99)^2}{5/13} = 1$$

: ò Ê • Y Ê — Á Æ z Ê ð • Ä Z d • Z ¼ Y Ä Y Ê • Z Y ~

$$a \cong 5$$

$$e \cong -23$$

. d ± Ê " Ì Ä • Z • Ä Ê — Á Æ z » d ± Y Ê € q Ä , Ê Ä ¼ Ä » € » Ä Ä Y Z ñ • Y M

€ 3 | Y Z Ä f s • Y Ê Ä • Y Ì » u • { µ Ä ° Y m Ä ò Ê Ê Ì € € { Ê ; Z € • É Ä € , M Y ð • Ä • ^ — 6

- { Ê Ä | Ä Z Ä Y » Y d ¼ ¥ { Y B ò ^ m € " É Ä € • Y Ä ò ^ m É Ä Ä É € { Z Ä » ; - € » Ä Y Ä Ä Ä € • Y M ð

Ê " Ì q ^ m Y | µ Y Ä • Ä Ä m Z Z » Ê Ê € Ì Ì ¼ Ä Y B ò ^ m É Y Z " Ê f • X Z • f z ¼ Z d » ~ 3 Y J Ä Ä • Y Ä ¼ Ä

: ò Ì Ê Ä Ä Ä Ì q Ê Y Ä Y Ä • { € § Ì a] Y Ä • d ± Y

$$t = \frac{1}{\lambda}(\theta - re \sin \theta) \Rightarrow \lambda t = (\theta - re \sin \theta)$$

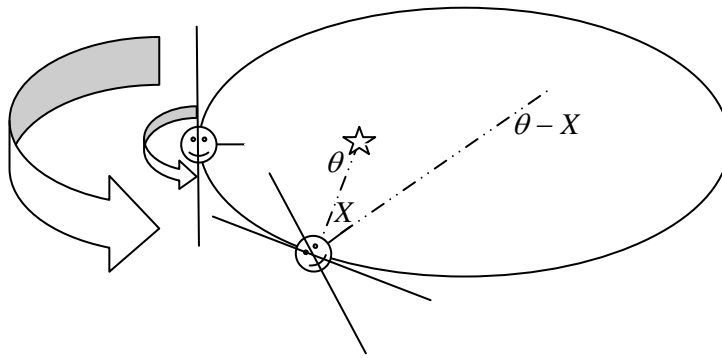
: ò Ì f < Ä { X ^ • Ä • { € ' Ê € • Y

Ê ~ • Z Y » Z Z Ä S Ê Y € Ê Ä

$$\lambda = \frac{l}{ma^{\gamma}(1-e^{\gamma})^{\gamma}}$$

$\theta = \frac{2\pi}{\gamma} \left(\frac{r}{a} - 1 \right)$

$$X = \frac{\gamma\pi}{P} t$$



The diagram illustrates the geometry of an elliptical orbit. The star is at the focus, and the planet is at a distance r from the focus. The semi-major axis is a . The angle θ is measured from the semi-major axis to the radius vector.

$$P^{\gamma} = \frac{\gamma\pi^{\gamma} a^{\gamma}}{Gm}$$

$$l = \frac{\gamma\pi m a^{\gamma} \sqrt{(1-e^{\gamma})}}{P}$$

$\theta = \frac{2\pi}{\gamma} \left(\frac{r}{a} - 1 \right)$

$\theta = \frac{2\pi}{\gamma} \left(\frac{r}{a} - 1 \right)$

$$Y = \gamma e \sin \theta$$

The diagram shows the planet's position relative to the star. The semi-major axis is a , and the semi-minor axis is b . The distance from the focus to the planet is r . The angle θ is measured from the semi-major axis to the radius vector.

$$n = \frac{\pi + \gamma e}{\gamma\pi} = \frac{1}{\gamma} + \frac{\gamma e}{\pi}$$

$\theta = \frac{2\pi}{\gamma} \left(\frac{r}{a} - 1 \right)$

È “ Áº { €³ÿ €|È Z|ÄÈ ¸Ã |ì n³À ãþ ~·± € È Ä ~ · ÿ ¼ ì ã ÿ È ð Rÿ· · Ä · {Ä Z n·ç M (7

:° Ì Ä Z ¼ Äÿ ¼ Ì » ·

$$\omega = \frac{v_{airplane} + v_{earth} \cos \phi}{R_{earth} + h} = \cdot / 294 \frac{rad}{h}$$

:° È È Ä M | ¼ Ì Ä ç ÿ ¼ Ì ã ÿ Ä Ä Ä È ÷ Ä Ñ ÿ ÿ ,, ¼ È ÿ | È Z Ä Ä È ã · ± · È € f » Ä Z Ì - e (Z ¼ ì a ÿ Ä Ä

$$a = \cos^{-1} \left(\frac{r_{earth}}{r_{earth} + h_{airplane}} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{6400}{6404} \right) = 2 / \cdot 2$$

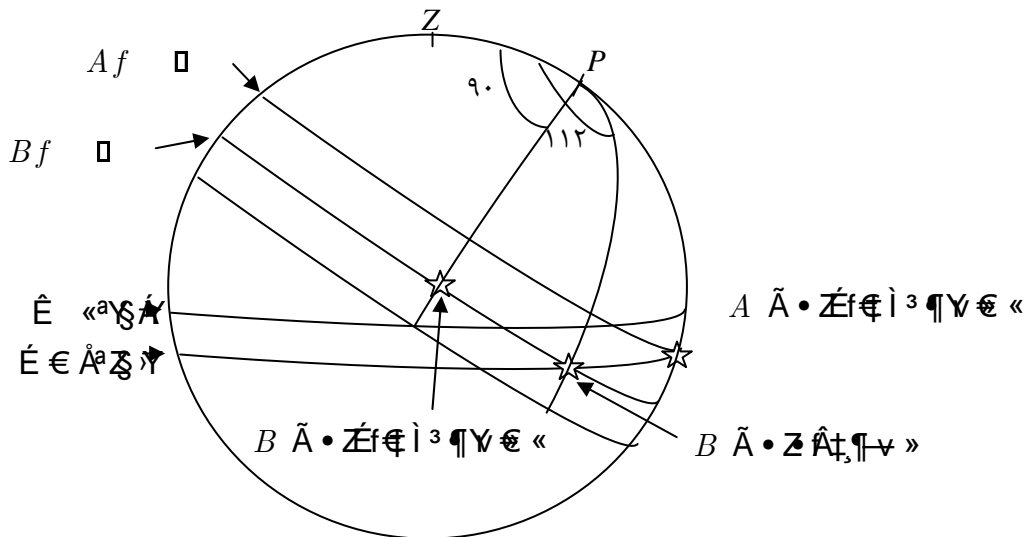
Z | · Ä È ¼ Ä È Ä { Ä È » .. Z Ñ Ñ Z Ä Ä · Z Ä ð ± ¼ È {Ä È « .. Z Ñ Ñ Ä · Z Ä ð f Ñ È Z Ì ÿ ÿ Ä Ä ce Ä »

:° Ì Ä · Ä M È ÿ Ä È Ä · Z Ì ð Ì È Ñ Ñ È Ñ È Ä ÿ ^ Ì ÿ {

$$\delta_A = 90 - \phi - a = 2^\circ, \quad \delta_B = \delta_A - 1^\circ \Rightarrow \delta_B = 1^\circ$$

: | È M ð ± | ¼ Ì Ä ç È Ä , 1 - Z Ä Ä B Ä · Z È ð ÿ È Ä È Ä ÿ ·

$$\cos 92 = \cos 2 \cdot \cos 1 + \sin 2 \cdot \sin 1 \cdot \cos H \Rightarrow H = 112^\circ$$



. d ± Ñ È Ñ È ã² Ì ; ^ ð Z Ä ð Ä e

Ä m 202 Z ð ± È] Ñ È] m ÿ ÿ + 90 · µ Ä Ä È Ì Z È Z Ä È Ñ È ã [Ä È È - Ä ½ ð È È ÿ È È Ä · Z Ä ð Ì È ð] Z u

\ ± Z Ä È Ä È Ä Z ð a | È Z È ¼ à » · È » Ä Ä ÿ ½ Z È 294 d ÿ Z È Ä Z ¼ Ì Ä ÿ È Ä ð Z Ä È u Ä È ÿ ð M] Ä È - ÿ ·

: | È M ð ± | Ä , Ñ ± Z È Ä m 202 ½ Z ¼ { Ä È Ä Ä È] Z ±

½ Z È 294 · d ÿ Z ð

½ Z È 294 · d ÿ Z ð

x = 12h Ä n ð È Ì

È - · Z ð » Z ð Z Ä È È ÿ È Ä